Revista Recursos de física
núm 2 ISSN: 1988-7930 TARDOR DEL 2008 Societat Catalana de Física

Problemes d'aquí i d'allà

PROBLEMES D'AQUÍ I D'ALLÀ

Salvador Estradé

L'objectiu d'aquesta secció és proposar i resoldre problemes que siguin estimulants i atractius per a l'alumnat (i per a nosaltres) i que en fomentin l'interès per la física. Voldríem que el professorat s'animés a col·laborar-hi, que ens enviés les seves propostes a sestrade@xtec.cat i que engresqués el seu alumnat a participar-hi. En cada número, hi haurà una proposta i se'n publicarà la millor solució o la més original.

La llançadora de pes

En aquest número, us proposem un problema que sintonitza amb l'estiu olímpic que hem viscut tots plegats.

Enunciat

En la prova de llançament de pes, una atleta llença l'esfera metàl·lica (de massa $7{,}26\ \mathrm{kg}$) amb una velocitat de $13\ \mathrm{m/s}$ formant un angle de 40^0 amb l'horitzontal. Sabent que la bola surt de la mà de l'atleta a $160\ \mathrm{cm}$ d'altura, trobeu:

a) La marca del llançament d'aquesta atleta.

b) La velocitat de la bola quan xoca amb la gespa de l'estadi.

c) En el mateix pla de la trajectòria de la bola i a $10\ \mathrm{m}$ de distància del punt de llançament es troba, d'esquena, un dels jutges d'atletisme l'altura del qual és de $1{,}55\ \mathrm{m}$. Hi haurà un accident o la bola passarà per damunt del seu cap?

d) En un segon intent, l'atleta fa un llançament des del mateix punt i amb la mateixa velocitat de sortida però variant l'angle inicial. Quina de les respostes anteriors poden assegurar que no canviarà? Per què?

Fig. 1

Esperem que no hagi estat la dificultat de l'enunciat, sinó la manca de costum. El cas és que no hem rebut cap resposta. Tranquils..., la nostra perseverança ratlla l'infinit. Aquí teniu la nostra solució.

Solució

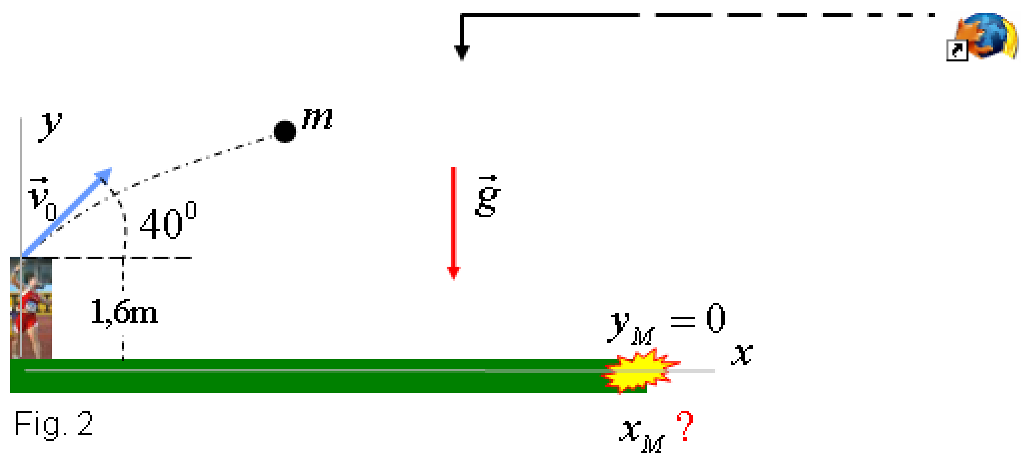

Fig. 2

La llei de moviment de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$ és en aquest cas $m\vec{g} = m\vec{a}$. Així doncs $\vec{a} = \vec{g}$ i el moviment és uniformement accelerat

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

Prenent com a origen de coordenades el punt del terra de l'estadi corresponent a la vertical del llançament, tenim que $\vec{r}(t) = (x, y)$, $\vec{g} = (0, -9{,}8)$ i que la posició de la bola en cada instant és determinada per:

$$\begin{cases} x = 13\cos(40^0)\ t \\ y = 1{,}60 + 13\sin(40^0)\ t - \frac{1}{2}9{,}8\ t^2 \end{cases}$$

a) Per conèixer la marca de llançament de l'atleta cal calcular l'abast d'aquest moviment parabòlic. Si anomenen M el punt d'impacte de la bola amb el terra, sabem que aquest punt ha de complir:

$$\begin{cases} x_M = 13\cos(40^0)\ t_M \\ y_M = 0 = 1{,}60 + 13\sin(40^0)\ t_M - \frac{1}{2}9{,}8\ {t_M}^2 \end{cases}$$

Si es resol la darrera equació s'obté $t_M = 1{,}88$ Si, si s'hi substitueix la primera, trobem que l'abast màxim és de $x_M = 18{,}7\ \mathrm{m}$

b) Els components de la velocitat de la bola en el moment de l'impacte valen:

$$\begin{cases} v_{xM} = 13\cos(40^0) \\ v_{yM} = 0 = 13\sin(40^0) - 9{,}8\ t_M \end{cases}$$

i el mòdul, $v_M = \sqrt{v_{xM}^2 + v_{yM}^2}$

Substituint i operant, obtenim que $v_M = 14{,}2$ m/s.

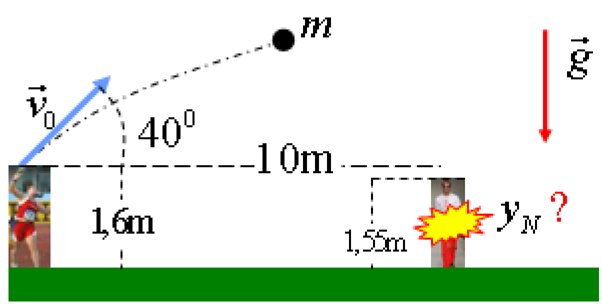

Fig. 3

c) Per saber si hi haurà o no un accident, cal trobar a quina altura està la bola quan ha recorregut horitzontalment 10 m i comparar-la amb l'altura del jutge. Si anomenem N aquest punt de la trajectòria de la bola, tenim:

$$\begin{cases} x_N = 10 = 13\cos(40^0)\ t_N \\ y_N = 1{,}60 + 13\sin(40^0)\ t_N - \dfrac{1}{2}\,9{,}8\ t_N^{\,2} \end{cases}$$

Resolent la primera equació, obtenim que $t_N = 1$ s, i, substituint la segona, dóna que l'altura a la qual passa la bola pel lloc on és el jutge és de $y_N = 5{,}06$ m. Així doncs, no impactarà en el jutge.

d) D'una banda, és obvi que l'abast del moviment parabòlic i la possibilitat d'un accident depenen de l'angle de llançament. Només cal llançar la bola en un angle recte i esperar uns instants! D'altra banda, si haguéssim resolt el segon apartat per conservació de l'energia mecànica de la bola entre el punt de llançament i el d'arribada a terra, hauríem vist que el mòdul de la velocitat d'arribada (no els components) és independent de l'angle de llançament i que únicament depèn de l'altura del punt de llançament (que en aquest cas suposem que no ha canviat del primer al segon intent). Per tant, l'única magnitud que podem assegurar que no canviarà en els dos llançaments és el mòdul de la velocitat d'impacte amb el terra.

Salvador Estradé

Professor de física de l'IES Montserrat, de
Barcelona.
Adreça electrònica:sestrade@xtec.cat